

2014年理系第3問

3 逆行列をもつ2次の正方行列,  $A_1, A_2, A_3, \dots$  が, 関係式

$$A_{n+1}A_n = A_n + 2E \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたすとする. さらに  $A_1 + E$  は逆行列をもつとする. ここで  $E$  は2次の単位行列とする.

(1) すべての自然数  $n$  に対して  $A_n + E$  は逆行列をもち,

$$(A_{n+1} + E)^{-1} = \frac{1}{2} A_n (A_n + E)^{-1}$$

が成立することを示せ.

(2)  $B_n = (2E - A_n)(A_n + E)^{-1}$  により, 行列  $B_n$  を定める.  $B_{n+1}$  と  $B_n$  との間に成立する関係式を求め,  $B_n$  を  $B_1$  と  $n$  を用いて表せ.