0000617182839999

室蘭工業大学

2011年 工学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ x の2次関数 $f(x)$ が条件 $f(0)=3$，$f'(0)=-2$，$f'(3)=4$ を満たすとする．

(1) $f(x)$ を求めよ．

(2) 曲線 $y=f(x)$ に点 $\left(\dfrac{3}{2},\ 0\right)$ から2本の接線を引いたとき，それぞれについて接線の方程式および接点の座標を求めよ．

(3) 曲線 $y=f(x)$ および (2) で求めた2本の接線で囲まれた部分の面積を求めよ．

(1) $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ とおく

$f(0)=3$ より，$c=3$ …①

$f'(x)=2ax+b$ であり，$f'(0)=-2$ より，$b=-2$ …②

$f'(3)=4$ より，$6a+b=4$　②より，$a=1$

以上より，$\underline{f(x)=x^2-2x+3}$ //

(2) 接点を $(t,\ t^2-2t+3)$ とおくと，

$f'(x)=2x-2$ より，接線は，$y=(2t-2)(x-t)+t^2-2t+3$

すなわち，$y=2(t-1)x-t^2+3$ …③

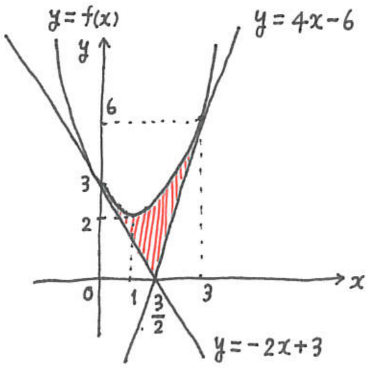
これが $\left(\frac{3}{2},0\right)$ を通ることより，$0=3t-3-t^2+3$

$\therefore t^2-3t=0$　　$\therefore t(t-3)=0$　　$\therefore t=0,3$

③に代入して，接線と接点は，

$\underline{\text{接線：} y=-2x+3 \ \ \text{接点：}(0,3) \ \text{と 接線：} y=4x-6 \ \ \text{接点}(3,6)}$ //

(3) 右の図より，



$$S=\int_0^{\frac{3}{2}} x^2-2x+3-(-2x+3)\,dx+\int_{\frac{3}{2}}^{3} x^2-2x+3-(4x-6)\,dx$$

$$=\int_0^{\frac{3}{2}} x^2\,dx+\int_{\frac{3}{2}}^{3} x^2-6x+9\,dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{3}{2}}+\left[\frac{x^3}{3}-3x^2+9x\right]_{\frac{3}{2}}^{3}$$

$$=\frac{9}{8}+9-27+27-\left(\frac{9}{8}-\frac{27}{4}+\frac{27}{2}\right)$$

$$=\underline{\frac{9}{4}}\ //$$