

2016年工学部第3問

3 a, b, c, m を整数とする.

(1) $a - b$ と $b - c$ がともに m の倍数ならば, $a - c$ も m の倍数であることを示せ.

(2) 等式

$$a^{n+1} - b^{n+1} = a^n(a - b) + b(a^n - b^n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を利用して, すべての自然数 n に対して $a^n - b^n$ は $a - b$ の倍数であることを, 数学的帰納法により示せ.

(3) 2016 を素因数分解せよ. また, 2^{2016} を 127 で割った余りを求めよ.