

2014年生活環境（建築）・薬（薬）以外第1問

1 次の空欄 1 ~ 18 にあてはまる数字を入れよ。

2次関数  $f(x) = ax^2 - 2ax + 2a^2 + 4a + 1$  (ただし,  $a$  は  $a \neq 0$  を満たす実数) とする。

(1)  $y = f(x)$  のグラフの頂点の  $x$  座標は 1 であり,  $y$  座標は

$$\frac{\boxed{2}}{2} a^2 + \frac{\boxed{3}}{3} a + \frac{\boxed{4}}{1}$$

である。

(2)  $y = f(x)$  のグラフの頂点の  $y$  座標が負となる時,  $a$  のとり得る値の範囲は

$$-\frac{\boxed{5}}{1} < a < -\frac{\boxed{6}}{7} \frac{1}{2}$$

である。

(3)  $y = f(x)$  のグラフの頂点の  $y$  座標は

$$a = -\frac{\boxed{8}}{9} \frac{3}{4} \text{ のとき, 最小値 } -\frac{\boxed{10}}{11} \frac{1}{8} \text{ をとる。}$$

(4) 2次方程式  $f(x) = 0$  が負の解をもつとき,  $a$  のとり得る値の範囲は,

$$a < \frac{-\frac{\boxed{12}}{14} - \sqrt{\frac{\boxed{13}}{2}}}{2}, \quad \frac{-\frac{\boxed{15}}{17} + \sqrt{\frac{\boxed{16}}{2}}}{2} < a < \frac{\boxed{0}}{18}$$

である。

(1)  $f(x) = a(x-1)^2 + 2a^2 + 3a + 1 \quad \therefore$  頂点の  $x$  座標は 1,  $y$  座標は  $2a^2 + 3a + 1$  //

(2) 不等式  $2a^2 + 3a + 1 < 0$  より,  $(2a+1)(a+1) < 0 \quad \therefore$   $-1 < a < -\frac{1}{2}$  //

(3)  $2a^2 + 3a + 1 = 2(a + \frac{3}{4})^2 - \frac{1}{8} \quad \therefore$   $a = -\frac{3}{4}$  のとき, 最小値  $-\frac{1}{8}$  //

(4)  $f(x) = 0$  が実数解をもつので

判別式を  $D$  とすると,  $D/4 = (-a)^2 - a \cdot (2a^2 + 4a + 1)$   
 $= -a(2a+1)(a+1)$

$\therefore D \geq 0$  より,  $a \leq -1, -\frac{1}{2} \leq a < 0 \quad \dots \textcircled{1}$  ( $a \neq 0$  を使った)

$a < 0$  より, グラフは上に凸なので, 負の解をもつことから,  $f(0) > 0$

(軸曲) = 1 である  $\therefore f(0) = 2a^2 + 4a + 1 > 0$

$\therefore a < \frac{-2-\sqrt{2}}{2}, \frac{-2+\sqrt{2}}{2} < a \dots \textcircled{2} \quad \textcircled{1}, \textcircled{2}$  より,  $a < \frac{-2-\sqrt{2}}{2}, \frac{-2+\sqrt{2}}{2} < a < 0$  //

