



2015年教育文化（理系）第2問



2 座標平面上に点Pがあり、次のルールにより、点Pは移動する。

a, b, c の文字がそれぞれ1つずつ書かれた球3個が入った袋から、1個取り出してそこに書かれている文字を読み、その文字が

a のとき、点Pは x 軸の正の方向へ1だけ移動し、

b のとき、点Pは x 軸の負の方向へ1だけ移動し、

c のとき、点Pは y 軸の正の方向へ1だけ移動する。

最初、点Pは原点Oにあるものとする。この試行を、取り出した球を元に戻しながら、5回続けて行う。例えば、これによって得られた5個の文字が順に $b \rightarrow a \rightarrow c \rightarrow c \rightarrow a$ であるとすれば、上のルールにより、点Pの位置の座標は、

$$(0, 0) \rightarrow (-1, 0) \rightarrow (0, 0) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (0, 2) \rightarrow (1, 2)$$

と変化する。

このとき、次の各問に答えよ。

- (1) y 軸上で点Pの移動が終了する場合、終了したときの位置の座標をすべて求めよ。
- (2) 点Pの移動が終了する位置の相異なる座標の個数を求めよ。
- (3) 点Pの移動が終了する位置の座標 (x, y) が $|x| \leq 1, 1 \leq y \leq 2$ となる確率を求めよ。

(1) a と b は同じ回数出るので、ともに出ないときは $(0, 5)$ 、1回ずつ出ると $(0, 3)$ 、2回ずつ出ると $(0, 1)$

よって、 $(0, 5), (0, 3), (0, 1)$ //

(2) (i) y 座標が0となるのは、 $(5, 0), (3, 0), (1, 0), (-1, 0), (-3, 0), (-5, 0)$ の6個。

(ii) \times 1となるのは、 $(4, 1), (2, 1), (0, 1), (-2, 1), (-4, 1)$ の5個。

(iii) \times 2となるのは、 $(3, 2), (1, 2), (-1, 2), (-3, 2)$ の4個。

(iv) \times 3となるのは、 $(2, 3), (0, 3), (-2, 3)$ の3個。

(v) \times 4となるのは、 $(1, 4), (-1, 4)$ の2個。

(vi) \times 5となるのは、 $(0, 5)$ の1個。

(i) ~ (vi) より、 $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ 個 //

(3) (2)のうち、条件をみたすものは、 $(0, 1) \cdots \frac{5!}{2!2!} = 30$ 通り

$(1, 2) \cdots \frac{5!}{2!2!} = 30$ 通り

$(-1, 2) \cdots 30$ 通り

$$\therefore \frac{30 \times 3}{3^5} = \frac{10}{27} //$$