2013年 歯・薬学部（前期）第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 3次方程式 $x^3+(2m-7)x^2+(9-m)x-m-3=0$ が，異なる3つの正の解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めなさい．

$f(x)=x^3+(2m-7)x^2+(9-m)x-m-3$ とおくと．

$$f(1)=1+2m-7+9-m-m-3$$
$$=0$$

$\therefore$ $f(x)$ は $x-1$ で割り切れる．

右の筆算より，

$$\begin{array}{r}
x^2+(2m-6)x+m+3 \\
x-1\,\big)\overline{x^3+(2m-7)x^2+(9-m)x-m-3} \\
\underline{x^3-x^2 \qquad\qquad\qquad\qquad} \\
(2m-6)x^2+(9-m)x \qquad \\
\underline{(2m-6)x^2+(6-2m)x \qquad} \\
(3+m)x-m-3 \\
\underline{(3+m)x-m-3} \\
0
\end{array}$$

$$(x-1)\{x^2+2(m-3)x+m+3\}=0$$

$\therefore$ $x^2+2(m-3)x+m+3=0$ が1以外の異なる2つの正の解をもてばよい

$$D/4=(m-3)^2-(m+3)$$
$$=m^2-7m+6$$

$\therefore$ $(m-6)(m-1)>0$ $\therefore$ $m<1,\ 6<m$ …①

1を解にもたないから，$1+2(m-3)+m+3\neq 0$ $\therefore$ $m\neq\frac{2}{3}$ …②

解と係数の関係より，

$\alpha+\beta=-2(m-3)>0$ $\therefore$ $m<3$ …③

$\alpha\beta=m+3>0$ $\therefore$ $m>-3$ …④

①〜④より，$\underline{-3<m<\frac{2}{3},\ \frac{2}{3}<m<1}$ //