

2016年 教育学部 (中等数学) 第5問

5 点Pは x 座標が正または0の範囲で放物線 $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ 上を動くとする. 点Pにおける放物線 $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ の法線を m として, 法線 m と x 軸とのなす角を θ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$)とする. 法線 m 上の点Qは $PQ = 1$ を満たし, 不等式 $y > 1 - \frac{x^2}{2}$ の表す領域にあるとする. 点Qの軌跡を C とし, 次の問いに答えよ.

- (1) 点P, Qの座標を θ を用いて表せ.
- (2) 曲線 C と x 軸との交点の座標を求めよ.
- (3) 不定積分 $\int \frac{1}{\sin \theta} d\theta$ を $t = \cos \theta$ と置換することにより求めよ.
- (4) 不定積分 $\int \frac{1}{\sin^2 \theta} d\theta$, $\int \frac{1}{\sin^4 \theta} d\theta$ を $t = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ と置換することにより求めよ.
- (5) 曲線 C と x 軸および y 軸により囲まれた図形の面積を求めよ.