

2010年 教育学部（中等数学）第3問

3 座標平面上に点 $B_n(b_n, 0)$, $C_n\left(\frac{b_n + b_{n+1}}{2}, \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) がある。ただし, $b_n \leq b_{n+1}$ である。2点 B_n, B_{n+1} 間の距離を $B_n B_{n+1}$ で表すとき, $B_{n+1} B_{n+2} = \frac{1}{2} B_n B_{n+1}$ が成立している。 $b_1 = 0, b_2 = 1$ のとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $d_n = B_n B_{n+1}$ とおくと, d_n を n を用いて表せ。
- (2) b_n を n を用いて表せ。
- (3) 点 C_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は同一直線上にあることを示せ。
- (4) $\log_{10} 2 = 0.3010$ として, $b_n < 1.99$ をみたす最大の自然数 n を求めよ。