宮城教育大学

2012年 教育学部（中等数学） 第4問

$\boxed{4}$ 関数 $f(x) = 2\sin x - x\cos x\ (0 \leqq x \leqq \pi)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とするとき，$\dfrac{\pi}{2} \leqq a \leqq \pi$ および $f'(a) = 0$ を満たす a がただ1つ存在することを示せ．

(2) (1) の a を用いて，関数 $y = f(x)$ の増減，グラフの凹凸および変曲点を調べ，そのグラフの概形をかけ．

(3) (1) の a について，$0 < t < a$ とするとき，

$$S(t) = \int_0^a |f(x) - f(t)|\,dx$$

が最小となるような t の値を a を用いて表せ．