

2014年 教育学部 (中等数学) 第3問

3 辺の長さが $OA = 1$, $OB = 2$, $OC = 3$ である四面体 $OABC$ において, $OA \perp AB$, $OA \perp AC$ とする. 辺 OA の中点を D とし, 辺 OB を $1:3$ に内分する点を E , 辺 OC を $1:8$ に内分する点を F とする. 3点 D , E , F を通る平面上の点 G が, $EG \perp DE$, $FG \perp DF$ をみたすとする. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$ の値をそれぞれ求めよ.
- (2) $\vec{b} \cdot \vec{c} = t$ とおくとき, \overrightarrow{OG} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} および t を用いて表せ.
- (3) 3点 A , B , C を通る平面と直線 OG が点 H で交わるとする. 直線 AH と直線 BC の交点を I とするとき, $BI:IC$ を求めよ.