

2013年 教育学部（中等数学）第1問

1 以下の問いに答えよ。

(1)  $a > 0$ ,  $b > 0$  とする.  $a \neq b$  であるための必要十分条件は,

$$\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

であることを示せ.

(2)  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a \neq b$  とする.

$$p = a + b - \sqrt{ab}, \quad q = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{ab}}$$

とおくとき,  $pq > 1$  であることを示せ. ただし, 必要があれば, (1) の結果を用いてよい.

(3)  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $ab > 1$  とする.  $x$  の2次方程式

$$x^2 - \left(a + \sqrt{\frac{a}{b}}\right)x + \frac{a}{b} = 0$$

は, 相異なる2つの正の実数解をもつことを示せ.