

2016年工学部第4問

4 各項が正の数である2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は

$$a_1 = 1, \quad b_1 = e,$$

$$a_{n+1} = a_n^5 \cdot b_n^3, \quad b_{n+1} = \frac{b_n}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。ただし、 e は自然対数の底とする。

(1) $c_n = \log a_n$, $d_n = \log b_n$ とおく。ただし、対数は自然対数とする。

$$c_{n+1} + \alpha d_{n+1} = \beta(c_n + \alpha d_n)$$

を満たす定数 α , β の組をすべて求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。