

# 大阪大学

2010年理系第5問

5  $n$  を 0 以上の整数とする．立方体 ABCD-EFGH の頂点を，以下のように移動する 2 つの動点 P, Q を考える．時刻 0 には P は頂点 A に位置し，Q は頂点 C に位置している．時刻  $n$  において，P と Q が異なる頂点に位置していれば，時刻  $n+1$  には，P は時刻  $n$  に位置していた頂点から，それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移り，Q も時刻  $n$  に位置していた頂点から，それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移る．一方，時刻  $n$  において，P と Q が同じ頂点に位置していれば，時刻  $n+1$  には P も Q も時刻  $n$  の位置からは移動しない．

- (1) 時刻 1 において，P と Q が異なる頂点に位置するとき，P と Q はどの頂点にあるか．可能な組み合わせをすべて挙げよ．
- (2) 時刻  $n$  において，P と Q が異なる頂点に位置する確率  $r_n$  を求めよ．
- (3) 時刻  $n$  において，P と Q がともに上面 ABCD の異なる頂点に位置するか，またはともに下面 EFGH の異なる頂点に位置するかのいずれかである確率を  $p_n$  とする．また，時刻  $n$  において，P と Q のいずれか一方が上面 ABCD，他方が下面 EFGH にある確率を  $q_n$  とする． $p_{n+1}$  を， $p_n$  と  $q_n$  を用いて表せ．
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q_n}{p_n}$  を求めよ．

