



2012年工学部第4問

4 以下の問いに答えよ.

- (1) 関数 $y = x - e^{-x}$ の増減を調べよ.
- (2) 実数 α で $\alpha - e^{-\alpha} = 0$ を満たすものがひとつだけ存在することを示せ. さらに, この α は, $0 < \alpha < 1$ を満たすことを示せ.
- (3) (2) の α と正の整数 n に対して,

$$I_n = \int_0^{\alpha} (xe^{-nx} + \alpha x^{n-1}) dx$$

とおく. I_n を α の多項式として表せ. また, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 I_n$ を求めよ.