0001975634208999

神戸大学

2015年第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 座標平面上の2つの曲線 $y=\dfrac{x-3}{x-4}$，$y=\dfrac{1}{4}(x-1)(x-3)$ をそれぞれ C_1，C_2 とする．以下の問に答えよ．

(1) 2曲線 C_1，C_2 の交点をすべて求めよ．

(2) 2曲線 C_1，C_2 の概形をかき，C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ．

(1) $\dfrac{x-3}{x-4}-\dfrac{1}{4}(x-1)(x-3)=0$ を解く．

両辺に，$4(x-4)$ をかけて．

$4(x-3)-(x-1)(x-3)(x-4)=0$

$\therefore (x-3)\{4-(x-1)(x-4)\}=0$

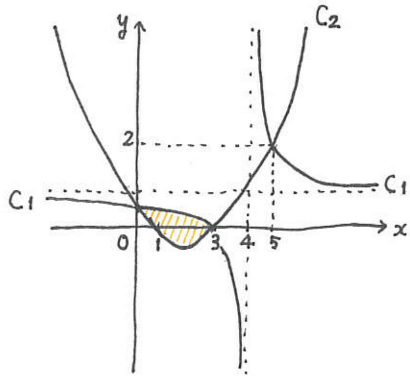
$\therefore (x-3)\cdot x(5-x)=0 \quad \therefore x=0,\ 3,\ 5$

よって．交点は $\underline{\left(0,\ \frac{3}{4}\right),\ (3,0),\ (5,2)}$ //

(2). C_1：$y=\dfrac{1}{x-4}+1$

$\therefore$ C_1 は $y=\dfrac{1}{x}$ を x 軸方向に4，y 軸方向に1平行移動させた曲線

C_1 と C_2 の概形は右のようになる．



求める面積を S とおくと．

$$S=\int_0^3 \frac{x-3}{x-4}-\frac{1}{4}(x-1)(x-3)\,dx$$

$$=\int_0^3 \frac{1}{x-4}+1\,dx-\frac{1}{4}\int_0^3 x^2-4x+3\,dx$$

$$=\Big[\log|x-4|+x\Big]_0^3-\frac{1}{4}\left[\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right]_0^3$$

$$=3-\log 4-\frac{1}{4}(9-18+9)$$

$$=\underline{3-2\log 2}\ //$$