

2012年 医学部 第3問

3 関数  $f(x) = x^3 - x^2 + x$  について、以下の各問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  はつねに増加する関数であることを示せ。  
(2)  $f(x)$  の逆関数を  $g(x)$  とおく。  $x > 0$  について

$$\sqrt[3]{x} - 1 < g(x) < \sqrt[3]{x} + 1$$

が成立することを示せ。

- (3)  $b > a > 0$  について

$$0 < \int_a^b \frac{1}{x^2 + 1} dx < \frac{1}{a}$$

が成立することを示せ。

- (4) 自然数  $n$  について、(2) で定義された  $g(x)$  を用いて

$$A_n = \int_n^{2n} \frac{1}{\{g(x)\}^3 + g(x)} dx$$

とおくとき、極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$  を求めよ。