



2013年人文学部第4問

4 正四面体 ABCD を考える. 点 P は, 時刻 0 では頂点 A にあり, 1 秒ごとに, 今いる頂点から他の 3 頂点のいずれかに動くとする.  $n$  を正の整数として, A から出発して  $n$  秒後に A に戻る経路の数を  $\alpha_n$ , A から出発して  $n$  秒後に B に到達する経路の数を  $\beta_n$  とする. このとき, A から出発して  $n$  秒後に C に到達する経路の数も, D に到達する経路の数も  $\beta_n$  となる. このことに注意して, 以下の問いに答えよ. ただし  $\alpha_0 = 1, \beta_0 = 0$  とする.

- (1)  $\alpha_2, \beta_2, \alpha_2 + 3\beta_2, \alpha_3, \beta_3, \alpha_3 + 3\beta_3$  を求めよ.
- (2)  $n \geq 1$  に対し  $\alpha_n, \beta_n$  を  $\alpha_{n-1}, \beta_{n-1}$  で表せ.
- (3)  $c_n = \alpha_n - \beta_n$  において  $c_n$  の一般項を求めよ.
- (4)  $\alpha_n$  の一般項を求めよ.