0002161368387999

西南学院大学

2015年 文・法 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ k は実数の定数とする．$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，x の方程式

$$\cos x - \sin^2 x + 1 - \frac{k}{4} = 0$$

について，以下の問に答えよ．

(1) 方程式が解をもつのは，k が $\boxed{ソタ}$ $\leqq k \leqq$ $\boxed{チ}$ のときである．　−1　8

(2) $k = 3$ のとき，方程式の解は小さい順に，$x = \dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}\pi$ である．　1, 3, 5, 3

(3) $-1 < k < 0$ のとき，方程式の解の個数は $\boxed{ニ}$ 個である．　4

(1) $\cos x - (1-\cos^2 x) + 1 - \frac{k}{4} = 0$

$t = \cos x$ とおくと．$0 \leqq x < 2\pi$ より．$-1 \leqq t \leqq 1$

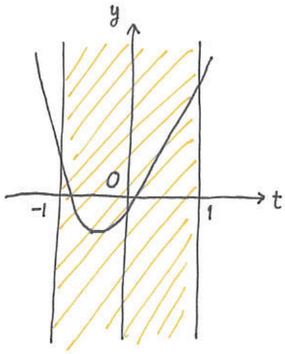
$\therefore$ $t^2 + t - \frac{k}{4} = 0$ $(-1 \leqq t \leqq 1)$ が範囲内に解をもてばよい

$\therefore (t+\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - \frac{k}{4} = 0$

$-\frac{1+k}{4} \leqq 0$ かつ $2 - \frac{k}{4} \geqq 0$

$\therefore$ $k \geqq -1$ かつ $k \leqq 8$

$\therefore$ $\underline{-1 \leqq k \leqq 8}$ //



(2) $t^2 + t - \frac{3}{4} = 0$

$\therefore (t - \frac{1}{2})(t + \frac{3}{2}) = 0$

$-1 \leqq t \leqq 1$ より $t = \frac{1}{2}$ すなわち $\cos x = \frac{1}{2}$　$\therefore$ $\underline{x = \frac{\pi}{3},\ \frac{5}{3}\pi}$ //

(3) $f(t) = t^2 + t - \frac{k}{4}$ とおくと，$D = 1 - 4 \cdot \frac{k}{4} = 1 - k > 0$

$f(-1) = -\frac{k}{4} > 0$，$f(1) = \frac{8-k}{4} > 0$　$\therefore$ 右上のグラフのようになり

交点の個数は 2個．1つの交点が2個の解に対応しているので $\underline{4個}$ //