



2015年 歯学部・薬学部・保健医療 第5問

5 関数 $y = \sin 2x + 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{5}{4}$ および $u = \sin x + \cos x$ について以下の各問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、関数 u のとりうる値の範囲を求めよ。
 (2) y を u で表せ。
 (3) y のとりうる値の最大値と最小値を求めよ。

$$(1) u = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ より, } \frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} < \frac{9}{4}\pi$$

$$\therefore \underline{-\sqrt{2} \leq u \leq \sqrt{2}} \text{ ,,}$$

$$(2) u^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x \\ = \sin 2x + 1$$

$$\therefore \sin 2x = u^2 - 1$$

$$\therefore y = u^2 - 1 + 2u + \frac{5}{4}$$

$$\therefore \underline{y = u^2 + 2u + \frac{1}{4} \quad (-\sqrt{2} \leq u \leq \sqrt{2})} \text{ ,,}$$

$$(3) y = (u+1)^2 - \frac{3}{4} \quad (-\sqrt{2} \leq u \leq \sqrt{2})$$

∴ 右のグラフより。

$$\underline{\text{最大値は } 2\sqrt{2} + \frac{9}{4} \text{ (} u = \sqrt{2} \text{ のとき)}} \text{ ,,}$$

$$\underline{\text{最小値は } -\frac{3}{4} \text{ (} u = -1 \text{ のとき)}} \text{ ,,}$$

