



2016年 法学部 第1問

1 次の を埋めよ.

(1) $x = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$, $y = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ のとき, $x^2 + y^2 = \boxed{\text{ア}}$, $x^2 - y^2 = \boxed{\text{イ}}$ である.

(2) 関数 $y = -2x^2 + 6x - 5$ ($0 \leq x \leq 2$) の最大値は , 最小値は である. $(\frac{\cos\theta+3}{2}, \frac{\sin\theta}{2})$

(3) 円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 上の点 $P(\cos\theta, \sin\theta)$ と点 $A(3, 0)$ の中点 Q の座標は である. これより, P が C_1 上をもれなく動くとき, Q の描く軌跡は円であり, その方程式は である.

(4) 放物線 $C_2: y = x^2 - 2x$ と直線 $l: y = x$ がある. C_2 と x 軸によって囲まれる部分の面積は であり, C_2 と l によって囲まれる部分の面積は である.

$$(1) x = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\therefore x+y = \sqrt{5}, xy = 1 \text{ となるので}$$

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 3$$

$$x-y = -1 \text{ より, } x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = -\sqrt{5}$$

$$(2) y = -2(x^2 - 3x) - 5$$

$$= -2(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{最大値は } -\frac{1}{2} \text{ (} x = \frac{3}{2} \text{ のとき), 最小値は } -5 \text{ (} x = 0 \text{ のとき)}$$

$$(3) Q(\frac{\cos\theta+3}{2}, \frac{\sin\theta}{2})$$

$$Q(X, Y) \text{ とおくと, } X = \frac{\cos\theta+3}{2}, Y = \frac{\sin\theta}{2}$$

$$\therefore \cos\theta = 2X - 3, \sin\theta = 2Y$$

これを $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ に代入して整理すると,

$$(x - \frac{3}{2})^2 + Y^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore (x - \frac{3}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

(4) C_2 と l の交点の x 座標は $x = 0, 3$

$$S_1 = \int_0^2 -x^2 + 2x dx = [-\frac{x^3}{3} + x^2]_0^2 = \frac{4}{3}$$

$$S_2 = \int_0^3 3x - x^2 dx = [\frac{3}{2}x^2 - \frac{x^3}{3}]_0^3 = \frac{9}{2}$$

