



2015年 コンピュータ理工 第4問

4 n を自然数とすると、以下の問いに答えよ。

- (1) 白玉4個、赤玉3個が入っている袋から、2個の玉を同時に取り出すとき、白玉と赤玉が1個ずつ出る確率を求めよ。
- (2) 白玉4個、赤玉 n 個が入っている袋から、2個の玉を同時に取り出すとき、白玉と赤玉が1個ずつ出る確率 p_n を求めよ。
- (3) $p_n > p_{n+1}$ をみたす n の範囲を求めよ。
- (4) p_n が最大となる n をすべて求めよ。

$$(1) \frac{4C_1 \times 3C_1}{7C_2} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7} //$$

$$(2) p_n = \frac{4C_1 \times nC_1}{4+nC_2} = \frac{4n}{\frac{(n+4)(n+3)}{2}} = \frac{8n}{(n+3)(n+4)} //$$

$$(3) p_n > p_{n+1} \text{ は、} \frac{p_n}{p_{n+1}} > 1 \text{ と表せるので}$$

$$\begin{aligned} \frac{p_n}{p_{n+1}} &= \frac{8n}{(n+3)(n+4)} \cdot \frac{(n+4)(n+5)}{8(n+1)} \\ &= \frac{n(n+5)}{(n+1)(n+3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{p_n}{p_{n+1}} > 1 \text{ より、} \frac{n(n+5)}{(n+1)(n+3)} > 1 &\iff n(n+5) > (n+1)(n+3) \\ &\iff n^2 + 5n - (n^2 + 4n + 3) > 0 \\ &\iff \underline{n > 3} // \end{aligned}$$

(4) (3)より、 $n \geq 4$ において、 $p_n > p_{n+1}$ であるから、($n=3$ においては、 $p_n = p_{n+1}$)

$$p_1 < p_2 < p_3 = p_4 > p_5 > p_6 > \dots$$

よって、 p_n が最大となる n は、 $n=3, 4$ //