近畿大学

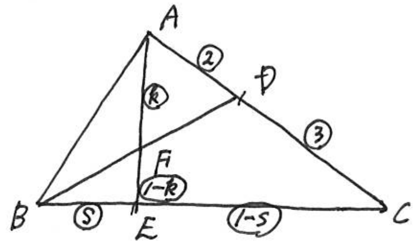
2014年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ sを$0 < s < 1$の範囲にある実数とする．△ABCにおいて辺ACを2：3に内分する点をD，辺BCを$s : 1-s$に内分する点をEとする．また線分BDと線分AEの交点をFとする．次の問に答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AF}} = k\overrightarrow{\mathrm{AE}}$とおく．$k$を$s$を用いて表せ．

(2) △AFDの面積が△EFBの面積の2倍になるようにsを定めよ．

(3) AB＝3，AC＝2，∠BAC＝60°とする．$\overrightarrow{\mathrm{AE}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$となるように$s$を定めよ．



(1) $\overrightarrow{AE} = (1-s)\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ より.

$\overrightarrow{AF} = (1-s)k\overrightarrow{AB} + sk\overrightarrow{AC}$

また $\overrightarrow{AC} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AD}$ より $\overrightarrow{AF} = (1-s)k\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}sk\overrightarrow{AD}$

Fは線分BD上にあるから. $(1-s)k + \frac{5}{2}sk = 1$

∴ $k = \frac{2}{2+3s}$ //

(2) △ABCの面積をSとおくと. $\triangle AFD = (1-s) \times S \times \frac{2}{5} \times k$

$\triangle EFB = s \times S \times 1-k$

∴ $2s(1-k) = (1-s)\cdot\frac{2}{5}k$　　$\frac{6s^2}{2+3s} = \frac{\frac{2}{5}(1-s)\cdot 2}{2+3s}$

$s>0$より $s = \frac{-1+\sqrt{31}}{15}$ //

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 3\cdot 2\cdot\frac{1}{2} = 3$

$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC} = \{(1-s)\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}\}\cdot(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$= -(1-s)|\overrightarrow{AB}|^2 + s|\overrightarrow{AC}|^2 + (1-2s)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$= 9(s-1) + 4s + 3(1-2s)$

$= 7s - 6$

∴ $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$ なので $s = \frac{6}{7}$ //