2014年 人間科学学部（理系） 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ 行列 $A=\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ について，次の問に答えよ．

(1) $P=\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ のとき，$P^{-1}AP=\begin{pmatrix} \boxed{ス} & 0 \\ 0 & \boxed{セ} \end{pmatrix}$ である．

2　1

(2) $A^n=\begin{pmatrix} \boxed{ソ}\cdot 2^n+\boxed{タ} & \boxed{チ}\cdot 2^n+\boxed{ツ} \\ \boxed{テ}\cdot 2^n+\boxed{ト} & \boxed{ナ}\cdot 2^n+\boxed{ニ} \end{pmatrix}$ である．

6　−5　10　−10

−3　3　−5　6

(1) $P^{-1}=\dfrac{1}{6-5}\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

$\therefore P^{-1}AP=\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}=\underline{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$ //

(2) $A^n=P\cdot\underbrace{(P^{-1}AP)\cdot(P^{-1}AP)\cdot\cdots(P^{-1}AP)}_{n\text{コ}}\cdot P^{-1}$

$=\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

$=\underline{\begin{pmatrix} 6\cdot 2^n-5 & 10\cdot 2^n-10 \\ -3\cdot 2^n+3 & -5\cdot 2^n+6 \end{pmatrix}}$ //