



2014年理系第1問

1 実数  $a, b, c, d, e$  に対して、座標平面上の点  $A(a, b)$ ,  $B(c, d)$ ,  $C(e, 0)$  をとる。ただし点  $A$  と点  $B$  はどちらも原点  $O(0, 0)$  とは異なる点とする。このとき、実数  $s, t$  で

$$s\vec{OA} + t\vec{OB} = \vec{OC}$$

を満たすものが存在するための、 $a, b, c, d, e$  についての必要十分条件を求めよ。

$$s\vec{OA} + t\vec{OB} = \vec{OC} \iff \begin{cases} sa + tc = e & \dots ① \\ sb + td = 0 & \dots ② \end{cases}$$

$$① \times d - ② \times c \text{ より, } sad - sbc = de \quad \therefore (ad - bc)s = de \quad \dots ③$$

$$① \times b - ② \times a \text{ より, } tbc - tad = be \quad \therefore (ad - bc)t = -be \quad \dots ④$$

(i)  $ad - bc \neq 0$  のとき.

$$③, ④ \text{ より, } s = \frac{de}{ad - bc}, t = \frac{-be}{ad - bc} \text{ となり存在する}$$

(ii)  $ad - bc = 0$  のとき.

$$③, ④ \text{ より, } 0 = de = -be$$

$$(a) e = 0 \text{ のとき } ①, ② \text{ より } \begin{cases} sa + tc = 0 \\ sb + td = 0 \end{cases}$$

$\therefore (s, t) = (0, 0)$  はこれをみたすので存在する.

(b)  $e \neq 0$  のとき,  $b = d = 0$

$$A \neq O \text{ より } a \neq 0 \quad \therefore (s, t) = \left(\frac{e}{a}, 0\right) \text{ は条件をみたす}$$

以上より,  $ad - bc \neq 0$  または  $e = 0$  または  $b = d = 0$  "