



2014年法(法), 外国語(フランス・イスパニア・ロシア) 第3問

3  $xy$  平面の原点  $O$  を中心とする半径 1 の円形の壁の内側に鏡をはり, 点  $(1, 0)$  から鏡の 1 点に向けて光を発し反射させる. ただし, 壁と鏡の厚さは無視できるものとする. 光は, あたった鏡の 1 点と原点を結ぶ直線に関して対称な方向へ反射される.

例えば,  $(1, 0)$  から  $(0, 1)$  に向けて発せられた光は下図のように  $(0, 1)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0, -1)$  で 3 回反射され,  $(1, 0)$  にもどってくる.

$y$  座標が正の方向へ光を発するものとして, 以下の問いに答えよ.

- (1) 光が鏡で 2 回反射されて初めて  $(1, 0)$  にもどるには, 鏡の 1 点  $\left(\frac{\text{ム}}{\text{メ}}, \frac{\sqrt{\text{モ}}}{\text{ヤ}}\right)$  に向けて光を発すればよい.
- (2) 光が鏡で 4 回反射されて初めて  $(1, 0)$  にもどるには,  $(\cos \theta_1, \sin \theta_1)$ ,  $(\cos \theta_2, \sin \theta_2)$  ( $0 < \theta_1 < \theta_2 < \pi$ ) のいずれかに向けて光を発すればよい. ここで,  $\theta_1 = \frac{\text{ユ}}{\text{ヨ}}\pi$ ,  $\theta_2 = \frac{\text{ラ}}{\text{リ}}\pi$  である. このとき,

$$\cos \theta_1 = \frac{\text{ル} + \sqrt{\text{レ}}}{\text{ロ}}$$

である.

- (3) 光が鏡で 6 回反射されて初めて  $(1, 0)$  にもどるには,  $A(\cos \theta_3, \sin \theta_3)$ ,  $B(\cos \theta_4, \sin \theta_4)$ ,  $C(\cos \theta_5, \sin \theta_5)$  ( $0 < \theta_3 < \theta_4 < \theta_5 < \pi$ ) のいずれかに向けて光を発すればよい. ここで,  $\theta_5 = \frac{\text{ワ}}{\text{ヲ}}\pi$  である.
- (4) (3) で  $A$ ,  $B$ ,  $C$  それぞれに向けて光を発したときの光の通る経路を図示すると,  $A$  の場合は ,  $B$  の場合は ,  $C$  の場合は  である.
- ~  には以下の