



2011年教育地域科学 第5問

5 Oを原点とする座標平面上に3点A(1, 0), B(1, 1), C(0, c)がある。ただし、cは正の定数とする。tを $0 \leq t \leq 1$ を満たす実数とし、線分AB, BCを $t:(1-t)$ に内分する点をそれぞれP, Qとする。ただし、例えば線分ABを $t:(1-t)$ に内分する点は、 $t=0$ のときはA, $t=1$ のときはBとする。△OPQの面積を $S(t)$ とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき、 $S(t)$ の最小値とそのときの t の値を求めよ。

(2) $I = \int_0^1 S(t) dt$ の値が台形OABCの面積の $\frac{2}{5}$ 倍に等しくなるとき、 c と I の値をそれぞれ求めよ。

(3) $0 \leq t < 1$ に対し、線分QOを $t:(1-t)$ に内分する点をRとし、△OPRの面積を $T(t)$ とする。 $T(t)$ が $t = \frac{1}{3}$ で最大となるような c の値と、そのときの $T(t)$ の最大値を求めよ。