

2014年薬学部第4問

4 正四面体 $OABC$ において辺 OA の中点を D ，辺 OB を $1:2$ に内分する点を E ，辺 OC を $m:(1-m)$ に内分する点を F とする．ただし， m は $0 < m < 1$ を満たす実数の定数とする． E から 3 点 O, A, C の定める平面に垂線 EH を下ろし，直線 OH と線分 DF の交点を I とする．三角形 ODE の面積は $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ であり，四面体 $ODEF$ の体積は正四面体 $OABC$ の体積の $\frac{5}{54}$ 倍である．このとき，

(1) 正四面体 $OABC$ の一辺の長さは $\boxed{63}\sqrt{\boxed{64}}$ であり，体積は $\boxed{65}\boxed{66}\sqrt{\boxed{67}}$ である．

(2) $m = \frac{\boxed{68}}{\boxed{69}}$ である．

(3) \vec{OI} を \vec{OD} と \vec{OF} を用いて表すと， $\vec{OI} = \frac{\boxed{70}\ \boxed{71}}{\boxed{72}\ \boxed{73}}\vec{OD} + \frac{\boxed{74}}{\boxed{75}\ \boxed{76}}\vec{OF}$ である．