



2016年理工学部第2問

2 t を正の実数とし、3点 $A(t, t, t)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$ を頂点とする三角形 ABC が、正三角形であるとする。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) t の値を求めよ。
 (2) 三角形 ABC の重心の座標を求めよ。
 (3) 平面 ABC 上の六角形 $ARBPCQ$ が正六角形となるような点 P, Q, R の座標を求めよ。

(1) $BC = \sqrt{2}$ より, $AB = \sqrt{2}$

$$\therefore AB = \sqrt{(t-1)^2 + t^2 + t^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore 3t^2 - 2t + 1 = 2$$

$$\therefore 3t^2 - 2t - 1 = 0$$

$$(3t+1)(t-1) = 0$$

$$t > 0 \text{ より, } \underline{t = 1}$$

(2) $\left(\frac{1+1+0}{3}, \frac{1+0+1}{3}, \frac{1+0+0}{3} \right) = \underline{\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right)}$

(3) (2) で求めた重心を G とすると、

線分 AP, BQ, CR の中点が G となることから

$P(p_1, p_2, p_3), Q(q_1, q_2, q_3), R(r_1, r_2, r_3)$ とおくと

$$\left(\frac{1+p_1}{2}, \frac{1+p_2}{2}, \frac{1+p_3}{2} \right) = \left(\frac{1+q_1}{2}, \frac{q_2}{2}, \frac{q_3}{2} \right) = \left(\frac{r_1}{2}, \frac{1+r_2}{2}, \frac{r_3}{2} \right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

$$\therefore p_1 = \frac{1}{3}, p_2 = \frac{1}{3}, p_3 = -\frac{1}{3}, q_1 = \frac{1}{3}, q_2 = \frac{4}{3}, q_3 = \frac{2}{3}, r_1 = \frac{4}{3}, r_2 = \frac{1}{3}, r_3 = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \underline{P\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right), Q\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right), R\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)}$$

