



2013年 理工学部 第1問

1 次の に適切な答えを入れよ。

(1) $f(x)$ は x の n 次多項式で、 $f'(x)f''(x) = f(x)$ および $f''(0) = \frac{1}{2}$ を満たすとする。このとき $n =$ であり、 $f(0) =$ である。

(2) さいころを3回投げ、出た目の最大値を X とする。このとき、 $X = 3$ となる確率は であり、 X の平均は である。

$$\frac{119}{24}$$

$$\frac{19}{216}$$

(1) $f'(x)$ は $n-1$ 次、 $f''(x)$ は $n-2$ 次

$$\therefore f'(x)f''(x) \text{ は } 2n-3 \text{ 次であるから, } 2n-3 = n \quad \therefore \underline{n = 3}$$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0) \text{ とおくと}$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c, \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

$$\therefore f''(0) = 2b = \frac{1}{2} \quad \therefore b = \frac{1}{4}$$

$$\text{このとき, } f'(x)f''(x) = f(x) \text{ より, } (3ax^2 + \frac{1}{2}x + c)(6ax + \frac{1}{2}) = ax^3 + \frac{1}{4}x^2 + cx + d$$

$$\therefore 18a^2x^3 + \frac{9}{2}ax^2 + (\frac{1}{4} + 6ac)x + \frac{c}{2} = ax^3 + \frac{1}{4}x^2 + cx + d$$

これは恒等式であるから、係数を比較して、

$$a = \frac{1}{18}, \quad c = \frac{3}{8}, \quad d = \frac{3}{16} \quad \therefore \underline{f(0) = \frac{3}{16}}$$

$$(2) P(X=3) = \left(\frac{3}{6}\right)^3 - \left(\frac{2}{6}\right)^3 = \underline{\frac{19}{216}}$$

$$E(X) = 1 \cdot \left\{ \left(\frac{1}{6}\right)^3 - 0^3 \right\} + 2 \cdot \left\{ \left(\frac{2}{6}\right)^3 - \left(\frac{1}{6}\right)^3 \right\} + 3 \cdot \left\{ \left(\frac{3}{6}\right)^3 - \left(\frac{2}{6}\right)^3 \right\} + 4 \cdot \left\{ \left(\frac{4}{6}\right)^3 - \left(\frac{3}{6}\right)^3 \right\}$$

$$+ 5 \cdot \left\{ \left(\frac{5}{6}\right)^3 - \left(\frac{4}{6}\right)^3 \right\} + 6 \cdot \left\{ 1^3 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 \right\}$$

$$= \underline{\frac{119}{24}}$$