明治大学

2011 年 全学部 第 3 問

$\boxed{3}$ 空欄 $\boxed{オ}$，$\boxed{カ}$，$\boxed{キ}$ に当てはまるものを解答群の中から選び，それ以外の空欄には，当てはまる 0 から 9 までの数字を入れよ．

座標平面上に 3 つの放物線 $C_1 : y = x^2$，$C_2 : y = -x^2 - 8x - 8$，$C_3 : y = -x^2 + ax + b$ がある．C_1 と C_3 は $t > 0$ の範囲にただ 1 つの共有点 $(t,\ t^2)$ を持ち，直線 ℓ は点 P で C_2 に接し，なおかつ点 Q で C_3 に接しているとする．次の問に答えよ．

(1) C_1 と C_2 の共有点は $\left(-\boxed{ア},\ \boxed{イ}\right)$ である．また，C_1 と C_3 もただ 1 つの共有点を持つことから $a = \boxed{ウ}\,t$，$b = -\boxed{エ}\,t^2$ である．

(2) 点 P，Q の x 座標をそれぞれ α，β とする．ℓ は点 P における C_2 の接線および点 Q における C_3 の接線に等しい．これら 2 つの接線の傾きおよび y 軸との交点がともに等しいことから

$$\beta - \alpha = \boxed{オ}, \quad \beta^2 - \alpha^2 = \boxed{カ}$$

が成り立つ．したがって，$\beta + \alpha = \boxed{キ}$ である．これより，直線 ℓ の方程式は

$$y = \left(t - \boxed{ク}\right)x + \frac{t^2 + \boxed{ケコ}\,t + \boxed{サ}}{\boxed{シ}}$$

である．

(3) C_3 と x 軸によって囲まれる部分の面積を S_1，C_1 と直線 ℓ によって囲まれる部分の面積を S_2 とすると，

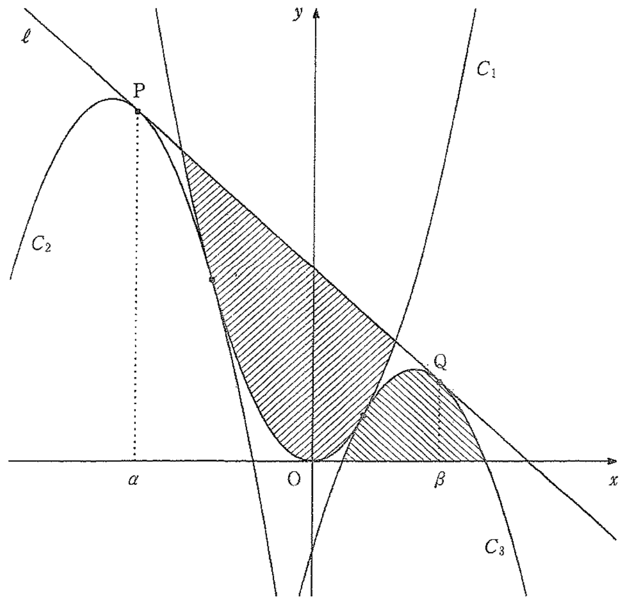
$$S_1 = \frac{\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}} \cdot \boxed{ソ}\,t^3$$

$$S_2 = \frac{\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}} \cdot \left(t + \boxed{タ}\right)^3$$

である．$S_1 - S_2$ は $t = \dfrac{\boxed{チ} + \boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}}}{\boxed{ト}}$ のときに最小値をとる．

オ，カ，キの解答群

⓪ $t + 2$　① $t - 2$　② $2t + 4$　③ $t + \sqrt{2}$　④ $t - \sqrt{2}$
⑤ $t^2 - 2$　⑥ $t^2 - 4$　⑦ $t^2 - 8$　⑧ $2t^2 - 4$　⑨ $2t^2 - 8$



y
ℓ
P
C_1
C_2
Q
α
O
β
x
C_3