



2015年総合数理第4問

4 原点を O とする座標平面上に点 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(-2, 0)$ をとる. さらに, 点 P は x 軸上を A から O まで動き, 点 Q は $PQ = 2$ を満たしながら, y 軸上を O から B まで動くとする. 線分 PQ が通過する領域を D とする. $\angle QPC = \theta$ とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき, 直線 PQ の傾きと y 切片を θ を用いて表せ.
- (2) k を $0 < k < 2$ を満たす定数とする. P が A から $(k, 0)$ まで動くときに線分 PQ と直線 $x = k$ の交点を R とする. R の y 座標が最大となる θ を α とするとき, k と α の間で成り立つ関係式を求めよ. またその最大値を k を用いずに α のみを用いて表せ.
- (3) 領域 D は, 曲線

$$y = f(x) \quad (0 \leq x \leq 2)$$

および x 軸, y 軸で囲まれる領域となる. $f(x)$ を求めよ.

- (4) 領域 D の面積を求めよ.