



2015年総合数理第3問

3 自然数  $a$  の正の約数の中で  $a$  以外のものの和が  $a$  に等しいとき、 $a$  を完全数という。以下の問いに答えよ。

(1) 次の  にあてはまるものを記入せよ。

28 の正の約数の中で 28 以外のものをすべて書きあげると  であるから、28 は完全数である。

(2) 自然数  $n$  と素数  $p$  に対して、 $2^{n-1}p$  のすべての正の約数の和を  $n$  と  $p$  で表せ。ただし  $p \neq 2$  とする。

(3)  $n$  は  $2^n - 1$  が素数であるような自然数とする。このとき、 $2^{n-1}(2^n - 1)$  が完全数であることを示せ。

(4)  $a$  が偶数で完全数ならば、ある自然数  $n$  に対して  $a = 2^{n-1}(2^n - 1)$  と表されることを示せ。