



2016年全学部（理工）第4問

4 次の空欄に当てはまるものを解答群の中から選べ。なお、解答群から同じものを二回以上選んでもよい。以下では、 $\log$  は自然対数、 $e$  はその底とする。

曲線  $y = \log x$  を  $C$  とする。  $p, q, t$  は実数であり、  $e < p < q$  を満たすとする。座標平面上に、次の6点、  $O(0, 0)$ ,  $A(0, t)$ ,  $P(p, 0)$ ,  $Q(q, 0)$ ,  $F(p, \log p)$ ,  $G(q, \log q)$  をとる。点  $G$  における  $C$  の接線と  $y$  軸の交点を考え、その  $y$  座標を  $t_1$  とすると、  $t_1 = \boxed{\text{ア}}$   $- 1$  である。直線  $FG$  と  $y$  軸の交点の  $y$  座標を  $t_2$  とすると、

$$t_2 = \frac{\boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

$t > t_1$  のとき、曲線  $C$  と2つの線分  $AF$ ,  $AG$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とする。台形  $OQGA$  の面積を  $U$ , 台形  $OPFA$  の面積を  $V$  とおくと、

$$\begin{aligned} S &= U - V - \int_q^p \log x \, dx \\ &= \frac{1}{2} \{ (t+2)(\boxed{\text{オ}}) + \boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}} \} \end{aligned}$$

である。

次に、  $t_2 < t < t_1$  と仮定する。曲線  $C$  と直線  $AG$  の2つの共有点のうち、  $G$  とは異なる点を  $T$  とする。曲線  $C$  と2つの線分  $AF$ ,  $AT$  で囲まれた図形の面積を  $S_1$  とする。曲線  $C$  と線分  $TG$  で囲まれた図形の面積を  $S_2$  とする。このとき、  $S_1 = S_2$  となるための必要十分条件は、

$$t = \frac{\boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} - 2$$

である。

アからコの解答群

- |            |              |              |              |              |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ⑩ $p$      | ① $q$        | ② $p+q$      | ③ $q-p$      | ④ $\log p$   |
| ⑤ $\log q$ | ⑥ $p \log p$ | ⑦ $q \log p$ | ⑧ $p \log q$ | ⑨ $q \log q$ |