

2012年 第5問

5 a を実数の定数とし、5次多項式 $f(x) = x^5 - \frac{5}{3}(a^2 + 1)x^3 + 5a^2x$ を考える。ただし、 $a > 1$ とする。

- (1) 5次方程式 $f(x) = 0$ が5つの異なる実数解をもつための a の条件を求めよ。
- (2) $f(1) + f(a)$ が $(a + 1)^3$ で割り切れるかどうかを調べよ。
- (3) a が(1)の条件を満たすとき、 $|f(1)| > |f(a)|$ となるための a の範囲を求めよ。
- (4) a が(1)と(3)の条件を満たすとき、5次方程式 $f(x) - c = 0$ が5つの異なる実数解をもつための実数 c の範囲を求めよ。