0002145814587999

島根県立大学

2015年 総合政策 第3問

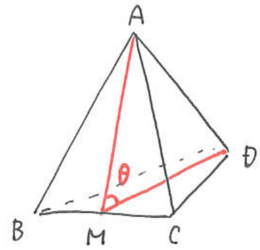
数理 石井K

$\boxed{3}$ 1辺の長さが1である正四面体ABCDがある．面ABCと面DBCのなす角をθとするとき，次の問いに答えなさい．

(1) $\cos\theta$を求めなさい．

(2) 正四面体ABCDの体積Vを求めなさい．

(3) 正四面体ABCDに内接する球の半径rを求めなさい．



(1) 線分BCの中点をMとおくと，$\theta = \angle AMD$

また，$AM = DM = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ $\triangle AMD$に余弦定理を使って

$$\cos\theta = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1^2}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \underline{\frac{1}{3}} \,//$$

(2) $V = $（三角すい$B-AMD$）＋（三角すい$C-AMD$）

$= \triangle AMD \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \triangle AMD \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ （$\because$ BM，CMは三角すいの高さであるから）

$= \frac{1}{3} \times \triangle AMD$

ここで(1)より $\sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$　　$\therefore \triangle AMD = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$\therefore V = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{4}$

$= \underline{\frac{\sqrt{2}}{12}} \,//$

(3) 内接円の中心をOとすると，

$V = $（三角すい$O-ABC$）＋（三角すい$O-BCD$）＋（三角すい$O-ACD$）＋（三角すい$O-ABD$）

$= 4 \times \triangle ABC \times r \times \frac{1}{3}$

$= 4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 60^\circ \times r \times \frac{1}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{3} r$ $\longrightarrow$ $\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} r = \frac{\sqrt{2}}{12}$　　$\therefore \underline{r = \frac{\sqrt{6}}{12}} \,//$