



2012年 全学部（理工） 第3問

3 次の空欄  から  に当てはまるものを答えよ。ただし、自然数とは1以上の整数のことである。

行列  $A, B, E$  を  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする。

$M_0 = E$  とし、さいころをふって偶数が出れば  $A$  を左からかけ、奇数が出れば  $B$  を左からかける操作を  $n$  回繰り返すことにより行列  $M_n$  を定める。つまり、

- $n$  回目に偶数が出たら  $M_n = AM_{n-1}$ ,
- $n$  回目に奇数が出たら  $M_n = BM_{n-1}$

と順々に  $M_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を定める。  $M_n = A$  となる確率を  $p_n$  とする。

- (1)  $p_1 =$   である。
- (2)  $A^a = E$  をみたす最小の自然数  $a$  は  である。  $B^b = E$  をみたす最小の自然数  $b$  は  である。  
  $BA = AB^c$  をみたす最小の自然数  $c$  は  である。
- (3)  $M_0, M_1, M_2, \dots$  の中で相異なる行列は最大  個である。
- (4)  $n$  が偶数のときは  $p_n =$   であり、  $n$  が3以上の奇数のときは  $p_n =$   である。