



2015年総合数理第3問

3 自然数 a の正の約数の中で a 以外のものの和が a に等しいとき、 a を完全数という。以下の問いに答えよ。

(1) 次の にあてはまるものを記入せよ。

28 の正の約数の中で 28 以外のものをすべて書きあげると であるから、28 は完全数である。

(2) 自然数 n と素数 p に対して、 $2^{n-1}p$ のすべての正の約数の和を n と p で表せ。ただし $p \neq 2$ とする。

(3) n は $2^n - 1$ が素数であるような自然数とする。このとき、 $2^{n-1}(2^n - 1)$ が完全数であることを示せ。

(4) a が偶数で完全数ならば、ある自然数 n に対して $a = 2^{n-1}(2^n - 1)$ と表されることを示せ。