

2013年理系第2問

2  $A, B, P$  を実数を成分とする2次の正方行列とする.  $P$  は逆行列をもち,  $P^{-1}AP$  の(1, 2)成分と(2, 1)成分は0となるものとする.  $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}$ ,  $P^{-1}BP = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$  とおく. 以下の問いに答えなさい.

(1)  $a_1 \neq a_2$  かつ  $AB = BA$  が成り立つとき,  $b_2 = b_3 = 0$  であることを示しなさい.

(2)  $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} c & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  とするとき,  $a_1, a_2, c$  の値を求めなさい.

(3)  $A, P$  を(2)で与えた行列とし,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  とする. 正の整数  $m, n$  に対し,  $(A^m + B^m)^n$  を求めなさい.