2011年 医学部 第4問

4 関数 $f(x) = 2\log\dfrac{2+\sqrt{4-x^2}}{x} - \sqrt{4-x^2}$ を考える．ただし，対数は自然対数である．以下の問いに答えなさい．

(1) 関数 $f(x)$ の定義域は $0 < x \leqq a$ である．a の値を求めなさい．

(2) 曲線 $y = f(x)$ の概形をかきなさい．なお，y の増減およびグラフの凹凸を調べた過程も記載しなさい．

(3) $0 < x_0 < a$ とし，上問 (2) の曲線 $y = f(x)$ を C とする．C 上の点 $\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ における C の接線と y 軸との交点を Q とする．線分 PQ の長さを求めなさい．ただし，a は上問 (1) で求めた値とする．