

2013年医学部第3問

- 3 Oを中心とする半径1の円周上に相異なる3点A, B, Cがある。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく、 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \neq \vec{0}$ とする。線分AB, BC, CAの中点を、それぞれP, Q, Rとし、 $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{q}$, $\overrightarrow{OR} = \vec{r}$ とおく。

このとき、以下の ~ について適切な値を、 には適切な式を解答欄に答えなさい。また、, には下部の選択肢からもっともふさわしいものを選択して、解答欄に記入しなさい。
ベクトル $\vec{d} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ とすると、

$$|\vec{d} - \vec{p}| = |\vec{d} - \vec{q}| = |\vec{d} - \vec{r}| = \boxed{1}$$

となり、 $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ によって定まる点Dは△PQRのとなることがわかる。

いま、線分ABの長さを1、線分ACの長さを $\sqrt{3}$ とし、 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} は、どの2つも平行ではないとする。
このとき、線分BCの長さはであり、 $\vec{a} \cdot \vec{c} = \boxed{3}$ である。また、 \vec{b} を \vec{a} と \vec{c} で表すと、 $\vec{b} = \boxed{イ}$ となる。

また、△PQRについて、∠QPRの二等分線と辺QRの交点をSとおく、 \overrightarrow{PS} を \vec{a} と \vec{c} で表すと、

$$\overrightarrow{PS} = \boxed{4} \vec{a} + \boxed{5} \vec{c}$$

とかける。同様にして、∠PQRの二等分線と辺PRの交点をTとおく。線分PSと線分QTの交点をUとおくと、Uは△PQRのとなり、

$$\overrightarrow{OU} = \boxed{6} \vec{b}$$

となることがわかる。

選択肢： 重心， 内心， 外心