

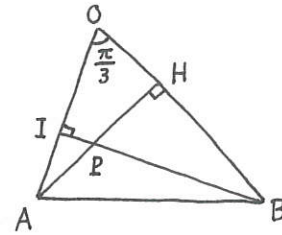


2015年 医学部 第1問



1 平面上に3点O, A, Bがあり, $OA = 2$, $OB = 3$, $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ とする. 点Aから直線OBに垂線を下ろし, 直線OBとの交点をHとする. また, 点Bから直線OAに垂線を下ろし, 直線OAとの交点をIとする. 直線AHと直線BIの交点をPとし, $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とするとき, 次の各問に答えよ.

- (1) \vec{OH} を, \vec{b} を用いて表せ.
- (2) \vec{OP} を, \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ.
- (3) 線分OPの長さを求めよ.



(1) $\triangle OAH$ について考えると.

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{OH}{OA} \quad \therefore OH = OA \cos \frac{\pi}{3} = 1$$

$$\therefore OH = \frac{1}{3} OB \quad \therefore \vec{OH} = \frac{1}{3} \vec{b} //$$

(2) $\triangle OIB$ について考えると.

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{OI}{OB} \quad \therefore OI = OB \cos \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore OI = \frac{3}{2} OA \quad \therefore \vec{OI} = \frac{3}{4} \vec{a}$$

$$\therefore OH : HB = 1 : 2, \quad OI : IA = 3 : 1$$

$$\text{メネラウスの定理より, } \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{HP}{PA} = 1 \quad \therefore HP : PA = 2 : 1$$

$$\therefore \vec{OP} = \frac{2}{3} \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{OH} = \frac{2}{3} \vec{a} + \frac{1}{9} \vec{b} //$$

$$\begin{aligned} (3) |\vec{OP}|^2 &= \frac{4}{9} |\vec{a}|^2 + \frac{4}{27} \vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{81} |\vec{b}|^2 \\ &= \frac{16}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore |\vec{OP}| = \frac{\sqrt{21}}{3} //$$