



2014年農学部第1問

1 次の問について、答えを に記入せよ。

(1) $\tan 2\alpha = \frac{1}{2}$ かつ $\tan \alpha > 0$ のとき、 $\tan \alpha = \boxed{\text{ア}}$ であり、また $\tan 3\alpha = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $r > 0$ に対し、中心 $(-2, 7)$ 、半径 $r^2 + 3r + 4$ の円 C_1 と中心 $(3, -5)$ 、半径 $2r^2 + 7r + 1$ の円 C_2 を考える。 C_1 と C_2 がちょうど3本の共通接線をもつとき $r = \boxed{\text{ウ}}$ であり、 C_1 と C_2 が平行な共通接線をもつとき $r = \boxed{\text{エ}}$ である。

$$(1) \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \text{ より, } \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{1}{2} \quad \therefore \tan^2\alpha + 4\tan\alpha - 1 = 0$$

$$\tan \alpha > 0 \text{ より, } \tan \alpha = \frac{-4 + \sqrt{16+4}}{2} = -2 + \sqrt{5} \quad \therefore \tan \alpha = \sqrt{5} - 2 //$$

$$\tan 3\alpha = \frac{\tan\alpha + \tan 2\alpha}{1 - \tan\alpha \tan 2\alpha} = \frac{\sqrt{5}-2 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{\sqrt{5}-2}{2}} = \frac{2\sqrt{5}-3}{4-\sqrt{5}} = \frac{(2\sqrt{5}-3)(4+\sqrt{5})}{(4-\sqrt{5})(4+\sqrt{5})}$$

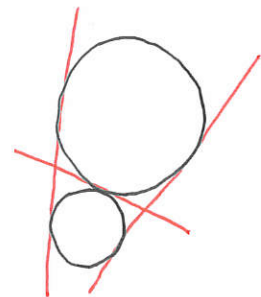
$$\therefore \tan 3\alpha = \frac{5\sqrt{5}-2}{11} //$$

(2) 3本の共通接線をもつ $\Leftrightarrow C_1$ と C_2 が外接する。

$$\therefore \sqrt{(3+2)^2 + (-5-7)^2} = r^2 + 3r + 4 + 2r^2 + 7r + 1$$

$$\therefore 3r^2 + 10r + 5 = 13$$

$$\therefore (3r-2)(r+4) = 0 \quad r > 0 \text{ より } r = \frac{2}{3} //$$



平行な共通接線をもつ \Leftrightarrow 半径が等しい

$$\therefore r^2 + 3r + 4 = 2r^2 + 7r + 1$$

$$\therefore r^2 + 4r - 3 = 0 \quad r > 0 \text{ より, } r = \frac{-4 + \sqrt{16+4 \cdot 3}}{2}$$

$$\therefore r = \sqrt{7} - 2 //$$

