

2015年 歯学部 第1問



1 次の問いに答えよ。

(1) $5 \tan \theta = 2$ のとき, $A = \frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{12 \sin \theta \cos \theta + 6}$ の値を求めよ。(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の 7 個の数字がある。これらの数字を並べて 7 桁の整数を作る。ただし、同じ数字は 2 度以上使わないものとする。このとき、偶数が隣り合わないような 7 桁の整数は全部で J 個できる。また、これらの J 個の中で奇数となるものは K 個できる。 J と K の値を求めよ。(3) m を自然数とする。関数 $f(x) = (x-2)\sqrt{x^4(x+1)^2}$ に対して、定積分 $B = m \int_{-2}^2 f(x) dx$ の値が整数となる m の最小値 M の値を求めよ。また、このときの B の値を求めよ。

$$\begin{aligned}
 (1) A &= \frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - 1 \right)}{12 \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{6}{\cos^2 \theta}} \\
 &= \frac{1 \cdot \left(\frac{4}{25} - 1 \right)}{12 \cdot \frac{2}{5} + 6 \cdot \left(\frac{4}{25} + 1 \right)} \\
 &= \underline{\underline{-\frac{1}{14}}} //
 \end{aligned}$$

(2) 1~7 の中に奇数は 4 個, 偶数は 3 個ある

まず奇数を並べて, その間または両端に偶数を入れる



$$\therefore 4! \times 5 C_3 \times 3! = 24 \times 10 \times 6 = \underline{\underline{1440 \text{通り}}}, \quad J =$$

3 か所をえらび偶数を入れる

奇数となるのは 

$$\therefore 4! \times 4 C_3 \times 3! = 24 \times 4 \times 6 = \underline{\underline{576 \text{通り}}} //$$

(3) $B = m \int_{-2}^{-1} f(x) dx + m \int_{-1}^2 f(x) dx$

$$= m \int_{-2}^{-1} -(x-2)(x+1)x^2 dx + m \int_{-1}^2 (x-2)(x+1)x^2 dx$$

$$= m \left[-\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]_{-2}^{-1} + m \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} \right]_{-1}^2$$

$$= -\frac{253}{30} m$$

$$\therefore \underline{\underline{M = 30, B = -253}} //$$