0002142457587999

九州産業大学

2015年 情報科・工 第5問

数理 石井K

5 $0 < x \leqq \frac{1}{2}\pi$ のとき，関数 $f(x) = \{1 + \log(\sin x)\}\cos x$，曲線 $L : y = f(x)$ について考える．

(1) $f(x) = 0$ のとき $\sin x$ の値は $\boxed{ア}$ と $\boxed{イ}$ である． 1　$\frac{1}{e}$

(2) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x) = \boxed{ウ}$ である． $\frac{\cos^2 x}{\sin x} - \{1+\log(\sin x)\}\sin x$

(3) 不定積分 $\int f(x)\,dx = \boxed{エ} + C$ である．ここで C は積分定数とする．

(4) 曲線 L と x 軸で囲まれた部分の面積は $\boxed{オ}$ である．

$\sin x \cdot \log(\sin x)$　$\frac{1}{e}$

(1) $f(x) = 0 \iff \cos x = 0$ または $\log(\sin x) = -1$

$\iff x = \frac{\pi}{2}$ または．$\sin x = e^{-1}$

$\iff \underline{\sin x = 1,\ \frac{1}{e}}$ //

(2) $f'(x) = \frac{\cos x}{\sin x}\cdot\cos x + \{1+\log(\sin x)\}\cdot(-\sin x)$

$= \underline{\frac{\cos^2 x}{\sin x} - \{1+\log(\sin x)\}\sin x}$ //

(3) $\{\sin x\cdot\log(\sin x)\}' = \cos x\cdot\log(\sin x) + \sin x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}$

$= \{1+\log(\sin x)\}\cos x$

$= f(x)$

$\therefore \int f(x)\,dx = \underline{\sin x\cdot\log(\sin x) + C}$ //

(4) (1)より．$\sin x = \frac{1}{e}$ となる x を α とおくと．$\alpha \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ において．$f(x) \geqq 0$ であるから．

$S = \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$

$= \left[\sin x\cdot\log(\sin x)\right]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}}$

$= -\sin\alpha\cdot\log(\sin\alpha)$

$= \underline{\frac{1}{e}}$ //