

2015年医学部第1問

1 次の各問に答えよ。

- (1) 実数  $k$  に対し、方程式  $x|1 - |x|| = k$  の異なる実数解の個数を求めよ。
- (2) 赤玉  $a$  個、白玉  $b$  個、青玉  $c$  個が入っている袋があり、次の (i), (ii), (iii) が成り立つとする。
- (i) この袋から1個の玉を取り出すとき、赤玉が出る確率は  $\frac{1}{2}$  である。
- (ii) この袋から2個の玉を同時に取り出すとき、赤玉と白玉が1個ずつ出る確率は  $\frac{1}{7}$  である。
- (iii) この袋から3個の玉を同時に取り出すとき、赤玉と白玉と青玉が1個ずつ出る確率は  $\frac{6}{35}$  である。
- このとき、 $a, b, c$  を求めよ。

(1)  $f(x) = x|1 - |x||$  において  $y = f(x)$  のグラフを考える。(i)  $0 \leq x \leq 1$  のとき。

$$f(x) = x(1 - x)$$

(ii)  $-1 \leq x < 0$  のとき

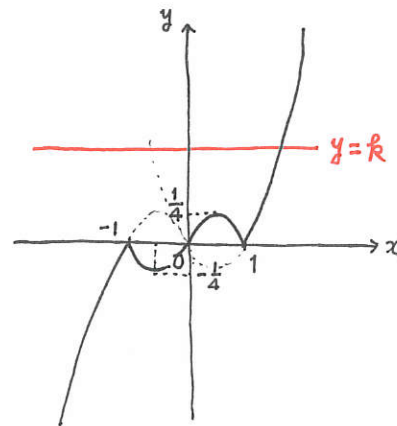
$$f(x) = x(1 + x)$$

(iii)  $x > 1$  のとき

$$f(x) = x(x - 1)$$

(iv)  $x < -1$  のとき

$$f(x) = -x(1 + x)$$

(i) ~ (iv) より右のグラフと  $y = k$  の交点の個数を調べて

$$\begin{cases} 3 \text{個} & (-\frac{1}{4} < k < \frac{1}{4} \text{ のとき}) \\ 2 \text{個} & (k = \pm \frac{1}{4} \text{ のとき}) \\ 1 \text{個} & (k < -\frac{1}{4}, \frac{1}{4} < k \text{ のとき}) \end{cases} \quad \text{〃}$$

$$(2) \text{ (i) より. } \frac{a}{a+b+c} = \frac{1}{2} \quad \therefore a = b+c \quad \dots \text{①}$$

$$\text{(ii) より } \frac{ab}{a+b+c \ C_2} = \frac{1}{7} \quad \therefore (a+b+c)(a+b+c-1) = 14ab \quad \dots \text{②}$$

$$\text{(iii) より } \frac{abc}{a+b+c \ C_3} = \frac{6}{35} \quad \therefore (a+b+c)(a+b+c-1)(a+b+c-2) = 35abc \quad \dots \text{③}$$

$$\text{①, ②, ③ より } \underline{a = 11, b = 3, c = 8} \quad \text{〃}$$