

数理解石井

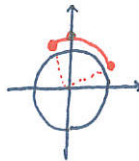
2015年現代心理(映像)・社会・コミュ(福祉) 第1問

1 次の空欄 ア ~ コ に当てはまる数または式を記入せよ。

- (1) $\int_2^4 (x^2 + ax + 2) dx = \frac{14}{3}$ を満たす a の値は ア ⁻³ である。
- (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta$ の最大値は イ ² であり, 最小値は ウ ¹ である。
- (3) 実数 x が $0 < x < 1$ かつ $(\log_2 x)^2 + \log_2 x - 6 = 0$ を満たすとき, x の値は エ ^{2±2√3, -3/2} である。
- (4) 3次方程式 $(x-1)(x^2 + ax + a+2) = 0$ が2重解をもつとき, a の値をすべて求めると, オ である。
- (5) 実数 a, b を用いて $\frac{1}{2+i} + \frac{1}{3+4i} = a+bi$ と表すとき, $a =$ カ ^{13/25} であり, $b =$ キ ^{5/12} である。ただし, i は虚数単位とする。
- (6) 3つのさいころを同時に投げるとき, ちょうど2つのさいころが同じ目になる確率は ク ^{9/25} である。
- (7) ベクトル $(2, a, b)$ が2つのベクトル $(1, -1, 3), (-2, 1, 1)$ に垂直であるとき, $(a, b) =$ ケ ^(7/2, 1/2) である。
- (8) 底辺の長さが a , 高さが b の三角形が $2a + b = 6$ を満たすとき, 三角形の面積の最大値は コ である。

$$\begin{aligned} (1) \int_2^4 (x^2 + ax + 2) dx &= \left[\frac{x^3}{3} + \frac{a}{2}x^2 + 2x \right]_2^4 \\ &= \frac{64}{3} + 8a + 8 - \frac{8}{3} - 2a - 4 \\ &= 6a + \frac{68}{3} \\ \therefore 6a + \frac{68}{3} &= \frac{14}{3} \quad \therefore a = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta &= 2 \left(\sin \theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \theta \cdot \frac{1}{2} \right) \\ &= 2 \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) \\ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ より, } \frac{\pi}{6} \leq \theta + \frac{\pi}{6} &\leq \frac{2}{3}\pi \\ \therefore \text{最大値は } 2, \text{ 最小値は } 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (3) t = \log_2 x \text{ とおくと, } 0 < x < 1 \text{ より, } t < 0 \\ t^2 + t - 6 &= 0 \\ \therefore (t+3)(t-2) &= 0 \\ t < 0 \text{ より, } t &= -3 \quad \therefore -3 = \log_2 x \text{ より, } x = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (i) x^2 + ax + a + 2 = 0 \text{ が重解をもち, それが } 1 \text{ とは異なるとき} \\ \Delta = 0 \text{ かつ } 2a + 3 \neq 0 \iff a = 2 \pm 2\sqrt{3} \text{ かつ } a \neq -\frac{3}{2} \\ \therefore a = 2 \pm 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) x^2 + ax + a + 2 = 0 \text{ の解の片方だけ } 1 \text{ のとき, } a = -\frac{3}{2} \\ (i), (ii) \text{ より, } a = 2 \pm 2\sqrt{3}, -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \frac{1}{2+i} + \frac{1}{3+4i} &= \frac{2-i}{(2+i)(2-i)} + \frac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)} \\ &= \frac{2-i}{5} + \frac{3-4i}{25} \\ &= \frac{13}{25} - \frac{9}{25}i \end{aligned}$$

$$(6) \frac{6 \cdot 5 \cdot 3 C_1}{6^3} = \frac{5}{12}$$

$$\begin{aligned} (7) (2, a, b) \cdot (1, -1, 3) &= 2 - a + 3b \\ (2, a, b) \cdot (-2, 1, 1) &= -4 + a + b \\ \therefore \begin{cases} -a + 3b = -2 \\ a + b = 4 \end{cases} \\ \therefore (a, b) &= \left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) S &= \frac{1}{2} ab \\ &= \frac{1}{2} a(6-2a) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \\ \therefore \text{最大値 } \frac{9}{4} \text{ (} a = \frac{3}{2}, b = 3 \text{)} \end{aligned}$$