



2015年 経済（経済），総合（教育，心理）第3問

3  $a$  を実数とすると、座標平面において、円  $C: x^2 + y^2 = 20$  および円  $C_a: x^2 + y^2 + a(x + 3y - 10) = 20$  を考える。

- (1) どのような  $a$  の値に対しても、 $C_a$  は 2 点  $P(\text{モ}, \text{ヤ})$ ,  $Q(\text{ユ}, \text{ヨ})$  を必ず通る。ただし、 $\text{モ} < \text{ユ}$  とする。
- (2)  $C_a$  の中心の座標は  $\left(\frac{\text{ラ}}{\text{リ}}a, \frac{\text{ル}}{\text{レ}}a\right)$  であり、 $C_a$  の半径を  $r$  とすると、 $r^2 = \frac{\text{ロ}}{\text{ワ}}(a^2 + \text{ヲ}a + \text{ン})$  である。
- (3)  $C_a$  の半径  $r$  が最小となるのは、 $a = \text{あ}$  のときである。
- (4)  $C$  の周および内部の領域を  $D$ ,  $C_a$  の周および内部の領域を  $D_a$  とする。 $a = \text{あ}$  のとき  $D$  と  $D_a$  の共通部分の面積は  $\text{い}\pi + \text{う}$  である。
- (5)  $x$  座標と  $y$  座標がともに整数の点を格子点とよぶ。 $D$  と  $D_a$  の共通部分に含まれる格子点の数を  $n(a)$  で表す。
- (i)  $a = -4$  のとき、 $n(a) = \text{え}$  である。
- (ii)  $n(a)$  が最小値  $\text{お}$  をとるための必要十分条件は、 $a < \text{か}$  である。
- (iii)  $12 \leq n(a) < 14$  となる必要十分条件は、 $\text{き} \leq a < \text{く}$  である。