



2014年農・工（環境建設）・教育・総合人間第2問

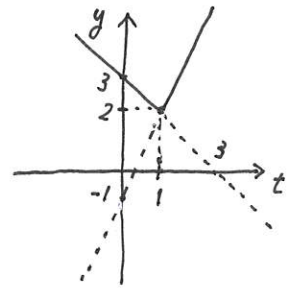
数理
石井K

2 t, x は実数とする. 関数 $f(t)$ を $f(t) = 2|t-1| + t + 1$ と定義し, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ とおく.

- (1) 関数 $y = f(t)$ のグラフをかけ.
- (2) 関数 $F(x)$ を求めよ.
- (3) 曲線 $y = F(x)$ 上の点 $(0, F(0))$ における接線 l の方程式を求めよ.
- (4) 曲線 $y = F(x)$ と (3) で求めた接線 l とで囲まれた図形の面積を求めよ.

(1) • $t \geq 1$ のとき $f(t) = 3t - 1$ • $t < 1$ のとき $f(t) = -t + 3$

よって右のグラフになる.



(2) (1) より.

• $x > 1$ のとき. $F(x) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 + \int_1^x (3t - 1) dt$

台形

$$\therefore F(x) = \frac{3}{2}x^2 - x + 2$$

まよとあれは
良かった

• $0 \leq x \leq 1$ のとき. $F(x) = \int_0^x (-t + 3) dt = \left[-\frac{t^2}{2} + 3t\right]_0^x = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$

• $x < 0$ のとき. $F(x) = \int_0^x (-t + 3) dt = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$

$$\text{よって (2) より. } F(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 - x + 2 & (x > 1) \\ -\frac{1}{2}x^2 + 3x & (x \leq 1) \end{cases}$$

(3) (2) より $F'(0) = 3$ また $F(0) = 0$ より. $l: y = 3x$

$$\frac{3}{2}x^2 - x + 2 = \frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{11}{6}$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 3x = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + \frac{9}{2}$$

$$\frac{3}{2}x^2 - x + 2 = 3x \text{ と等しいのは } (x-2)(3x-2) = 0$$

$$\therefore x = 2, \frac{2}{3}$$

$$\therefore S = \int_0^{\frac{2}{3}} 3x - \left(-\frac{1}{2}x^2 + 3x\right) dx + \int_{\frac{2}{3}}^2 3x - \left(\frac{3}{2}x^2 - x + 2\right) dx$$

$$= \left[\frac{1}{6}x^3\right]_0^{\frac{2}{3}} + \left[-\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 2x\right]_{\frac{2}{3}}^2 = \frac{2}{3}$$

