

2014年教育第3問

3 a は1より大きい実数とする.

(1) 次の不等式が成り立つことを証明せよ.

$$\sum_{k=0}^{n-1} \left(a^{\frac{k+1}{n}} - a^{\frac{k}{n}} \right) \frac{1}{a^{\frac{k+1}{n}}} < \int_1^a \frac{dx}{x} < \sum_{k=0}^{n-1} \left(a^{\frac{k+1}{n}} - a^{\frac{k}{n}} \right) \frac{1}{a^{\frac{k}{n}}}$$

(2) 次の等式が成り立つことを証明せよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \left(a^{\frac{k+1}{n}} - a^{\frac{k}{n}} \right) \frac{1}{a^{\frac{k+1}{n}}} = \int_1^a \frac{dx}{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \left(a^{\frac{k+1}{n}} - a^{\frac{k}{n}} \right) \frac{1}{a^{\frac{k}{n}}}$$