

2015年工学部第3問

3  $n$  を 2 以上の自然数とし、関数  $f(x)$  を  $f(x) = x^n \log x$  ( $x > 0$ ) とする。ただし、対数は自然対数とする。次に答えよ。

- (1)  $x > 0$  のとき、不等式  $\log x + \frac{1}{x} > 0$  を証明せよ。
- (2)  $\lim_{x \rightarrow +0} x^n \log x = 0$  を示せ。
- (3) 関数  $f(x)$  の増減を調べ、その最小値を求めよ。また、曲線  $y = f(x)$  の概形をかけ。ただし、曲線の凹凸は調べなくてよい。
- (4)  $f(x)$  が最小値をとるときの  $x$  の値を  $c_n$  とし

$$I_n = \int_{c_n}^1 f(x) dx$$

とする。  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 I_n$  を求めよ。